Correction du test de Recherche Opérationnelle

Classe : 3^{ème} Informatique Appliquée à la Gestion
Durée : 1h30
Enseignants : Hatem Masri ; Sana Mahfoud ; Zied Ayari

Exercice 1 :

a) X_t := le nombre de litre disponible juste après la livraison
 X_t est à espace d'états fini ou dénombrable := 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
 La valeur de X_{t+1} ne dépend que de la valeur de X_t et de la demande pendant la $t+1$ jours.
 Les probabilités de transition entre les états du processus $(X_t)_t$ sont stationnaires et données par cette matrice $P = (p_{ij})_{i,j}$

p_{ij}	1	2	3	4	5	6	7
1	0.6	0.4	0	0	0	0	0
2	0.3	0.3	0.4	0	0	0	0
3	0.1	0.2	0.3	0.4	0	0	0
4	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0	0
5	0	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0
6	0	0	0	0.1	0.2	0.3	0.4
7	0	0	0	0	0.1	0.2	0.7

b) Les états de la chaîne sont tous récurrents et aussi ils sont apériodiques (p_{ii} est non nul).
 Ainsi la chaîne est ergodique. La chaîne de Markov est aussi irréductible, donc la distribution stationnaire de cette chaîne est unique.

Exercice 2 :

a) $\Pi_1 = 0.154, \Pi_2 = 0.538, \Pi_3 = 0.154, \Pi_4 = 0.154$
 b) $\Pi.C = 1923.08$

Exercice 3 :

a) Les actions : A1 := Fabriquer, A2 := Vendre le brevet d'invention
 Les états de nature : w_1 := demande de 10 000 PC, w_2 := demande de 100 000 PC
 La table des profits de ce problème de décision en millions de dollars :

Actions	Etats	w_1	w_2
A1		0	54
A2		15	15

b) Table Minimax regret

Actions	Etats	w_1	w_2
<i>A1</i>		15	0
<i>A2</i>		0	39

En utilisant le critère Minimax regret la décision optimale est ***A1***

c) L'arbre de décision qui caractérise le problème de production de PC est

La décision optimale est de fabriquer les PC avec un profit moyen de 27 millions dollars

d)

Actions	Etats	w_1	w_2
<i>A1</i>		0	54
<i>A2</i>		15	15
<i>Profit maximum</i>		15	54
<i>Probabilité (a priori)</i>		0.5	0.5

Profit moyen avec information parfaite := $0.5 \times 15 + 0.5 \times 54 = 34.5$ millions dollars

La valeur espérée de l'information parfaite (EVPI) est égale à :

$$\begin{aligned} \text{EVPI} &= \text{Profit moyen avec info parfaite} - \text{profit moyen dans c)} \\ &= 34.5 - 27 = 7.5 \text{ millions dollars} \end{aligned}$$

Le directeur de COMPAQ n'a pas intérêt à ordonner ce genre d'étude puisque son coût de 8 millions dollars est supérieur au profit espéré de cette information parfaite.

Exercice 4 :

$$\text{Min } 11x_1 + 13x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 + 12x_6 + 11x_7 + 11x_8 + 8x_9 + 4x_{10}$$

$$\text{S.c. } x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1 + x_3 - x_4 - x_5 = 0$$

$$x_2 - x_3 - x_6 - x_7 = 0$$

$$x_4 + x_6 - x_8 - x_9 = 0$$

$$x_5 + x_7 + x_8 - x_{10} = 0$$

$$x_9 + x_{10} = 1$$

$$x_i \in \{0,1\}, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$$