

Exercice 1

Un aéroport possède une seule piste réservée aux décollages. En moyenne, la tour de contrôle reçoit 15 demandes d'autorisation de décollage par heure. Ces demandes surviennent selon un processus de Poisson. Par ailleurs, la durée moyenne de chaque décollage est de 3 minutes, mais varie de façon aléatoire selon une loi exponentielle.

1. Quel modèle décrit adéquatement ce système ?
2. Calculer le nombre moyen d'avions ayant demandé, mais pas encore reçu l'autorisation de décoller.
3. Calculer le temps moyen passé par chaque avion en file d'attente.
4. Quelle est la probabilité qu'un avion qui demande l'autorisation de décoller ne reçoive pas immédiatement cette autorisation.
5. Par mesure de sécurité, on voudrait réduire à 2 le nombre moyen d'avions gérés par la tour de contrôle, c'est à dire en file d'attente ou en cours de décollage. A combien faut-il réduire la durée moyenne de chaque décollage pour atteindre ce but ?

Exercice 2

A un poste de Douane, habituellement peu fréquenté, un seul agent est normalement affecté au contrôle des automobiles. Une étude a permis d'établir que les arrivées aléatoires des autos sont régies par une loi de poisson de taux $\lambda=10$ autos par heure et d'autre part, que les durées aléatoires des contrôles suivent une loi exponentielle, de durée moyenne une voiture toute les 5 minutes.

1. Modéliser ce système. Quand est-ce que ce système est stationnaire ?
2. Calculer le nombre moyen d'autos dans la file.
3. Calculer le temps moyen de contrôle d'une auto.
4. Dès qu'au moins trois autos sont présentes, un second douanier vient en renfort et contrôle les voitures en parallèle avec son collègue et indépendamment. Chaque voiture n'est contrôlée qu'une fois.
 - a. Dans ce cas modéliser alors le système.
 - b. Donner la condition pour que le poste de douane ne soit pas engorgé.
 - c. Donner les équations d'équilibre de la file d'attente

Exercice 3

Un garage est équipé d'un poste de lavage. L'expérience montre que les voitures arrivent selon un processus de poisson de taux $\lambda=5$ voitures à l'heure. Le temps nécessaire pour le lavage d'une voiture est une variable qui suit une loi exponentielle de moyenne 10 minutes par voiture. Le garage dispose d'un espace suffisant pour stationner toutes les voitures en attente.

1. Déterminer le modèle étudiant.
2. Calculer le temps moyen d'attente d'une voiture dans le garage.
3. Trouver le nombre moyen de client en attente.
4. Quelle est le nombre de place à concevoir à l'intérieur du garage pour qu'un client pourrait stationner 8 fois sur 10 à l'intérieur du garage ?
5. Supposons qu'il y a 5 places de stationnement pour les voitures compte non tenu du poste de lavage. Lorsque le garage est plein, les clients doivent s'adresser à une autre station de lavage.
 - a. Calculer le nombre de clients perdus pendant une journée de 8 heures de travail, à cause de la limitation de l'espace de stationnement.
 - b. Calculons le temps moyen d'attente dans le système.